Lycée pilote Bourguiba deTunis	**Devoir de Contrôle 1**	3 ème Sciences Techniques Trabelsi Chokri
23/11/2020	Mathématiques	Durée : 1heure

EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, **Choisir la bonne réponse**

I) Soit A et B deux points distincts et soit I le milieu de [AB].

1) L'ensemble des points M tel que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)\perp\left(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA}\right)$ est :

a) le cercle de diamètre $[AB]$ b) la médiatrice de [AB] c) La perpendiculaire à (AB) passant par B

2) L'ensemble des points M tel que $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})=\pi+2k\pi$; $k\in\mathbb{Z}$. est :

a) le cercle de diamètre $[AB]$ b) le segment $[AB]\backslash\{A,B\}$ c) la droite $(AB)\backslash\{A,B\}$

II) l'ensemble $\mathcal{C}$ des points M(x,y) d'équation : $x^2+y^2-4x=0$ est le cercle de centre I et de rayon r :

a) *I(2 ,0)* ;r =3 b) *I(2 ,1)* ;r =2 c) *I(2 ,0)* ;r =2

III) Soit les fonctions f et g définie par $f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$ *et* $g(x)=3-\dfrac{1}{x+1}$ *alors :*

1) Cf est un hyperbole de centre a) $\Omega(-1,0)$ b) $\Omega(0,-1)$ c) $\Omega(-1,-1)$.

2) a) $Cg=t_{3\vec{i}}(Cf)$ b) $Cg=t_{-\vec{i}}(Cf)$ c) $Cg=t_{3\vec{j}}(Cf)$.

EXERCICE 2 (4 points)

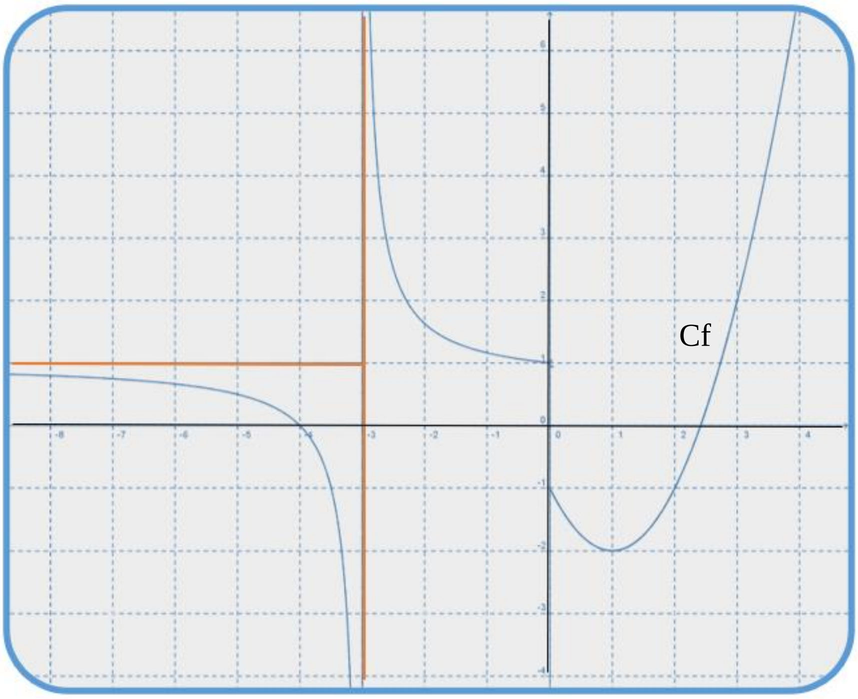
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$.

par la courbe ci-contre.

1) Calculer :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(0)^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(0)^-} f(x)$

$\lim\limits_{x\to(-3)^+} f(x)$; $\lim\limits_{x\to(-3)^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}$



2) Soit la fonction *h(x)* = $\dfrac{\sqrt{-3-x}}{f(x)}$.

a) Déterminer le domaine de définition de h.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to(-4)^+} h(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to-\infty} h(x)$.

EXERCICE 3 (4,5 points)

Soient ABC un triangle isocèle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{6}[2\pi]$. AB= 2 et soit I le milieu de [BC].

1) Donner la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA}}\right)$.

2) Soit D le point tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right) \equiv -\frac{89\pi}{6}[2\pi]$ *et* $AD = AB$

Donner la mesure principale de $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$.

3) a) Déterminer la mesure principale de $\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}\right)$

b) En déduire que le point B appartient au cercle ζ de diamètre [CD] .

c) Justifier que A est le centre de ζ

4) La demi droite [AI) coupe le cercle ζ au point J . Déterminer la mesure principale de $\left(\overrightarrow{JB},\overrightarrow{JC}\right)$.

5) Soit K les projetés orthogonal de J sur (AC).

Montrer que les points J, K , I et C appartiennent au même cercle que l'on précisera.

<u>EXERCICE4</u> (4 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = \frac{2x^2}{1+x^2}$

1) Déterminer le domaine de définition de f .Montrer que f est paire.
2) a) Montrer que f est majorée par 2 sur $\mathbb{R}$

   b) Déduire que f est bornée sur $\mathbb{R}$.
3) a) Etudier les variations de f sur $[0,+\infty[$.

   b) En déduire en justifiant le sens de variation de f sur $]-\infty,0]$.

4) Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

<u>EXERCICE 5</u> (4,5 points)

1) Soit la fonction f définie par : $g(x) = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x}$

a) Déterminer D_g le domaine de définition de la fonction g

b) Calculer $\lim_{x\to0} g(x)$;

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9}+5 & si\ x \le 0 \\ \frac{\sin(2x)}{\sqrt{x+4}-2} & si\ x > 0 \end{cases}$

a) Calculer $\lim_{x\to0^-} f(x)$ et $\lim_{x\to0^+} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x-5\right)$

c) Montrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{-1}{\sqrt{x+4}-2} \le f(x) \le \frac{1}{\sqrt{x+4}-2}$.

d) Soit α le réel positif vérifiant $g(\alpha) = \alpha$. Montrer que $f(\alpha) = \frac{\sin(2\alpha)}{\alpha^2}$